

**Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет**

**ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ**

Методические указания

**к лабораторной работе № 49
по дисциплине «Физика»**

Уфа 2008

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра физики

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Методические указания

к лабораторной работе № 49
по дисциплине «Физика»

Уфа 2008

Составитель В.Р. Строкина

УДК 537.611 (07)

ББК 22.336 (я7)

Изучение вынужденных колебаний в электрическом колебательном контуре: Методические указания к лабораторной работе № 49 по дисциплине «Физика» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост. В.Р. Строкина. – Уфа, 2008. – 14 с.

В теоретической части методических указаний изложены условия возникновения вынужденных колебаний в электрическом контуре, выведено дифференциальное уравнение этого вида колебаний, рассмотрены явления резонанса тока и напряжения. В экспериментальной части описана лабораторная установка, приведён порядок выполнения работы, правила техники безопасности. В конце методических указаний приведены контрольные вопросы, дан список рекомендуемой литературы.

Предназначены для студентов, изучающих дисциплину «Физика».

Табл. 1. Ил. 6. Библиогр.: 4 назв.

Рецензенты: С.В. Тучков,

Ю.О. Уразбахтина

©Уфимский государственный
авиационный технический университет, 2008

Составитель СТРОКИНА Венера Рамазановна

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Методические указания

к лабораторной работе № 49
по дисциплине «Физика»

Подписано в печать 2008. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Nimes New Roman Cyr.

Усл. печ. л. 1,1. Усл.-кр.-отт. 1,1. Уч-изд.л. 0,9.

Тираж 300 экз. Заказ №

ГОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет
Центр оперативной полиграфии УГАТУ
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12

Содержание

1. Цель работы.....	4
2. Теоретическая часть	4
3. Экспериментальная часть.....	11
3.1. Приборы и оборудование	11
3.2. Требования по технике безопасности.....	12
3.3. Порядок выполнения работы	12
3.4. Требования к отчёту	13
4. Контрольные вопросы	14
Список литературы.....	14

Лабораторная работа № 49

Изучение вынужденных колебаний в электрическом колебательном контуре

1. Цель работы

Изучение вынужденных электромагнитных колебаний в электрическом контуре. Снятие резонансных кривых для тока и напряжения, построение векторной диаграммы.

2. Теоретическая часть

2.1. Вынужденные колебания в электрическом колебательном контуре. Явление резонанса

Электрическая цепь, в которой могут происходить электрические колебания, называется колебательным контуром. Всякий реальный контур помимо индуктивности L и емкости C содержит активное сопротивление R . Энергия электрического и магнитного полей, запасенная в таком контуре, с течением времени превращается в лэнц-джоулево тепло, вследствие чего происходит затухание колебаний. Для получения незатухающих колебаний необходимо в контур подводить энергию, компенсирующую потери. Это можно осуществить, включив последовательно с элементами контура источник тока с ЭДС, периодически изменяющейся по гармоническому закону (рис. 2.1).

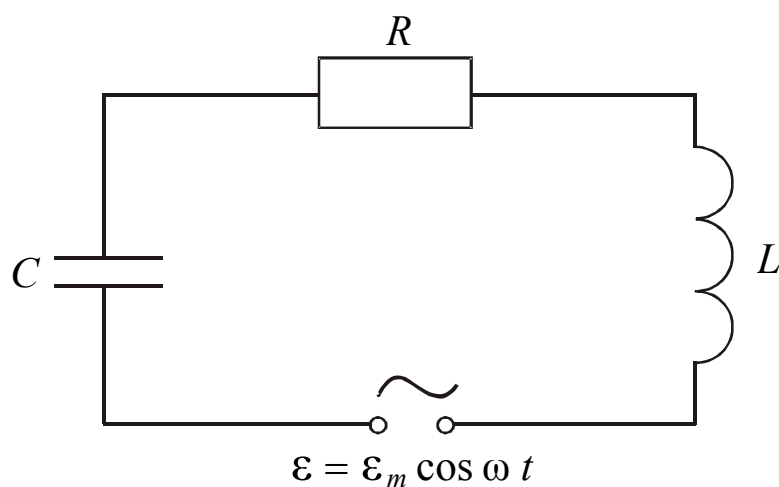


Рис. 2.1

Колебания, возникающие в этом случае, называются вынужденными. Токи в колебательном контуре являются квазистационарными, т.е. в каждый момент времени сила тока во всех сечениях цепи одинакова. Мгновенные значения квазистационарных токов подчиняются закону Ома и вытекающим из него законам Кирхгофа.

Согласно второму закону Кирхгофа сумма падений напряжений на отдельных элементах контура (рис. 2.1) равна электродвижущей силе ε . Уравнение для тока в контуре имеет вид

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = \varepsilon_m \cos \omega t, \quad (2.1)$$

где $L \frac{dI}{dt}$, RI , $\frac{q}{C}$ – падения напряжения соответственно на индуктивности, активном сопротивлении, ёмкости.

Перейдя от тока I к заряду q и введя обозначения:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad 2\beta = \frac{R}{L}, \quad (2.2)$$

получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_m}{L} \cos \omega t, \quad (2.3)$$

где β – коэффициент затухания, ω_0 – собственная частота контура.

Частное решение этого уравнения, которое описывает установившиеся вынужденные колебания, имеет вид

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi), \quad (2.4)$$

Амплитуда q_m и начальная фаза ψ находятся по формулам:

$$q_m = \frac{\varepsilon_m}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (2.5)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.6)$$

Подстановка значений β и ω_0 даёт:

$$q_m = \frac{\varepsilon_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (2.7)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}, \quad (2.8)$$

где $X_C = \frac{1}{\omega C}$ – емкостное сопротивление, $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление, R – активное электрическое сопротивление.
 Величины

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}, \quad (2.9)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (2.10)$$

называются соответственно реактивным и полным сопротивлениями цепи.

Продифференцировав формулу (2.4) по времени, найдём силу тока в контуре при установившихся вынужденных колебаниях

$$\begin{aligned} I = \frac{dq}{dt} &= -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = I_m \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= I_m \cos(\omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Амплитуда тока $I_m = q_m \omega$ и начальная фаза $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$

определяются по формулам:

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (2.12)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (2.13)$$

Разделив выражение (2.4) на емкость C , получаем формулу для напряжения на конденсаторе

$$u_C = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \psi) = u_{Cm} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right), \quad (2.14)$$

где

$$u_{Cm} = \frac{q_m}{C} = \frac{\varepsilon_m}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{I_m}{\omega C} - \quad (2.15)$$

амплитуда напряжения на конденсаторе.

Умножив производную функции (2.11) на L , получим напряжение на индуктивности

$$u_L = L \frac{dI}{dt} = -\omega L I_m \sin(\omega t - \varphi) = u_{Lm} \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}), \quad (2.16)$$

где
$$u_{Lm} = \omega L I_m - \quad (2.17)$$

амплитуда напряжения на индуктивности.

Напряжение на активном сопротивлении определяется по формуле

$$u_R = R I_m \cos(\omega t - \varphi). \quad (2.18)$$

Сопоставление формул (2.11), (2.14), (2.16) и (2.18) показывает, что напряжение на ёмкости отстаёт по фазе от силы тока на $\pi/2$, напряжение на индуктивности опережает ток на $\pi/2$. Напряжение на активном сопротивлении совпадает по фазе с током.

С учетом вышеизложенного уравнение (2.3) можно записать

$$u_R + u_C + u_L = \varepsilon_m \cos \omega t. \quad (2.19)$$

Фазовые соотношения можно представить наглядно с помощью векторной диаграммы. Напомним, что гармоническое колебание можно задать с помощью вектора, длина которого равна амплитуде колебаний, а направление вектора образует с некоторой осью угол. Возьмем в качестве прямой, от которой отсчитывается начальная фаза, ось токов. Тогда получается диаграмма, изображенная на рис. 2.2.

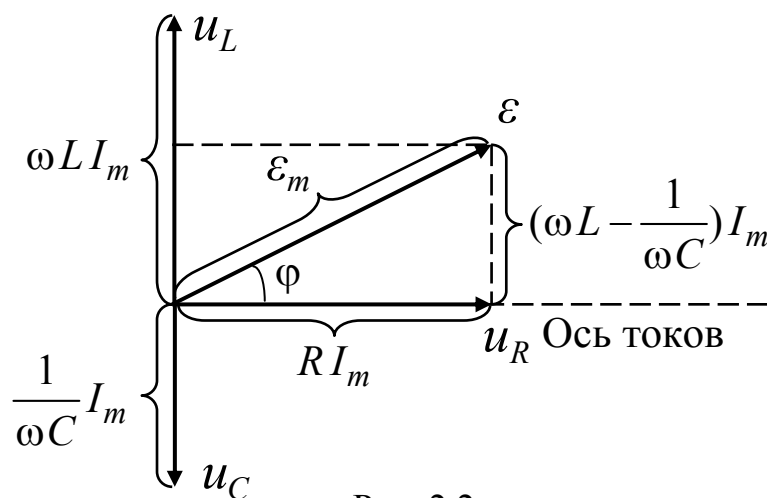


Рис. 2.2

Согласно (2.19) три функции u_R , u_C и u_L в сумме должны быть равны приложенной ЭДС ε . В соответствии с этим ЭДС ε изображается на диаграмме вектором, равным сумме векторов \vec{u}_R , \vec{u}_C и \vec{u}_L .

Амплитуды силы тока и напряжения, как видно из формул (2.12) и (2.15), зависят не только от параметров контура (R , L и C) и амплитуды ε_m , но и от частоты вынуждающей ЭДС. При некоторых частотах $\omega_{\text{рез}}$ в контуре наступает резкое возрастание амплитуды силы тока и напряжения. Эти явления называют соответственно резонансом тока и резонансом напряжения. Из формулы (2.12) видно, что при условии

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \quad (2.20)$$

амплитуда тока достигает максимального значения. Следовательно, резонансная частота для силы тока совпадает с собственной частотой контура ω_0

$$\omega_I = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.21)$$

Резонансные кривые для силы тока при различных коэффициентах затухания β изображены на рис. 2.3. Отрезок, отсекаемый резонансными кривыми на оси I_m , равен нулю; при постоянном напряжении установившийся ток в цепи с конденсатором течь не может. Максимум при резонансе получается тем выше и острее, чем меньше $\beta = \frac{R}{2L}$, т.е. чем меньше активное сопротивление и больше индуктивность контура.

Резонансная частота для заряда q_m и напряжения на конденсаторе u_{Cm} равна

$$\omega_q = \omega_u = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \leq \omega_0. \quad (2.22)$$

Резонансные кривые для u_{Cm} изображены на рис. 2.4 (резонансные кривые для q_m имеют такой же вид).

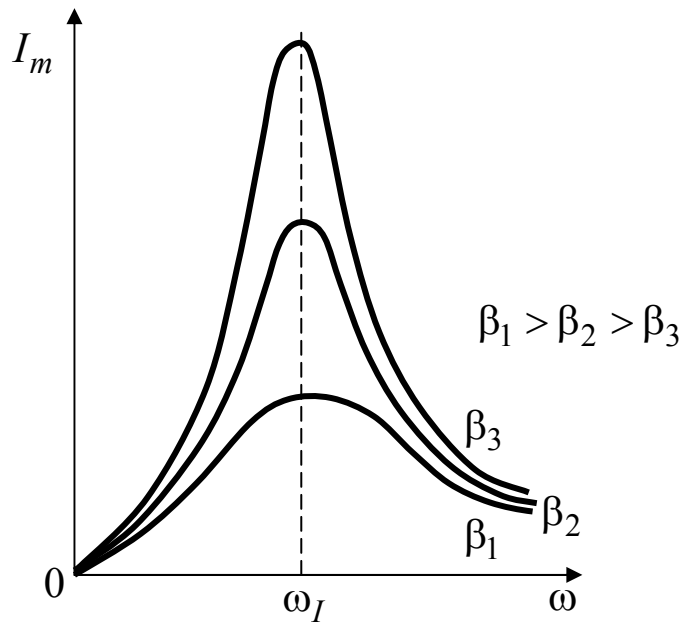


Рис. 2.3

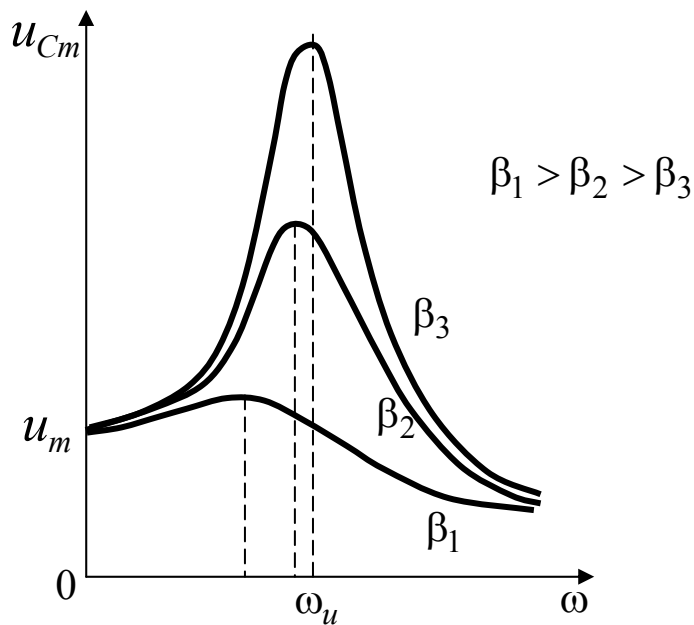


Рис. 2.4

При $\omega \rightarrow 0$ резонансные кривые стремятся к $u_{Cm} = u_m$ — напряжению, возникающему на конденсаторе при подключении его к источнику постоянного напряжения u_m .

При малом затухании (при $\beta^2 \ll \omega_0^2$) резонансную частоту ω_u для напряжения можно считать равной ω_0 . В этом случае $\omega_u L - \frac{1}{\omega_u C} \approx 0$. Согласно формуле (2.15) при резонансе отношение амплитуды напряжения на конденсаторе $u_{Cm\text{рез}}$ к амплитуде внешней ЭДС ε_m равно

$$\frac{u_{Cm\text{рез}}}{\varepsilon_m} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q, \quad (2.23)$$

где Q – добротность контура.

Таким образом, добротность контура показывает, во сколько раз напряжение на конденсаторе может превысить приложенное напряжение. Добротность контура характеризует «остроту» резонансных кривых и может быть определена экспериментально по величине относительной ширины $\frac{\Delta\omega}{\omega_I}$ резонансной кривой (рис. 2.5), где $\Delta\omega$ – ширина резонансной кривой на уровне убывания максимальной амплитуды тока в $\sqrt{2}$ раза.

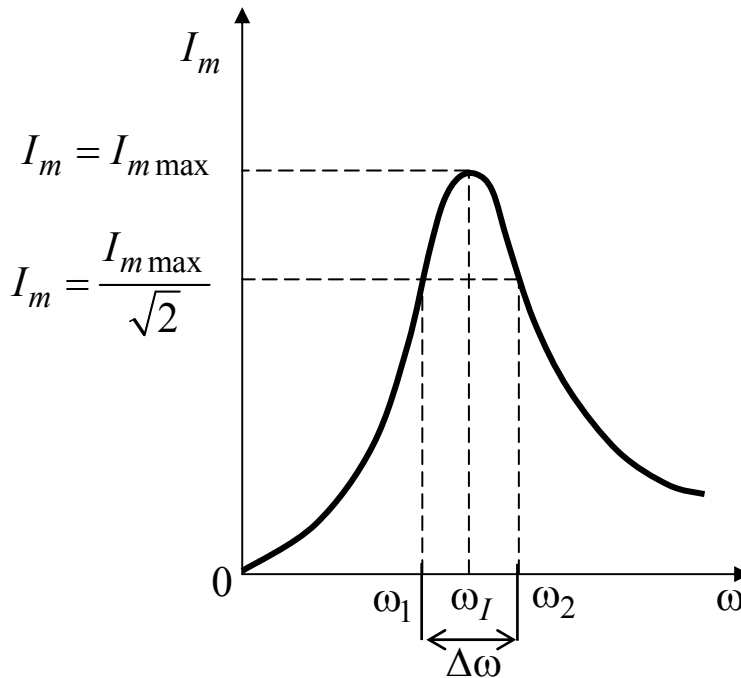


Рис. 2.5

Следует отметить, что отношение амплитуды тока $\frac{I_{m \max}}{\sqrt{2}}$ на этом уровне к максимальному значению амплитуды тока $I_{m \max}$ равно 0,7, что соответствует уменьшению мощности в контуре в 2 раза ($0,7^2 \approx 0,5$).

Полагая в формуле (2.12) $I_m = \frac{I_{m \max}}{\sqrt{2}} = \frac{\varepsilon_m}{R\sqrt{2}}$, получаем

$$1 + \frac{1}{R^2} \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 = 2 \quad (2.24)$$

или

$$\frac{\omega^2 L^2}{R^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC} \right)^2 = 1. \quad (2.25)$$

Подставив в это уравнение выражения для β^2 и ω_0^2 , получим уравнение, которому удовлетворяют значения ω_1 и ω_2

$$(\omega_0^2 - \omega)^2 = 4\beta^2 \omega^2. \quad (2.26)$$

Решая это биквадратное уравнение и отбрасывая отрицательные корни, так как они не соответствуют физическому смыслу ω , находим

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -\beta + \sqrt{\beta^2 + \omega_0^2}, \quad \omega_2 = \beta + \sqrt{\beta^2 + \omega_0^2}, \\ \Delta\omega &= \omega_2 - \omega_1 = 2\beta. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Подставив формулу (2.27) в выражение для относительной ширины резонансной кривой, получим

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{2\beta}{\omega_0} = R \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1}{Q}. \quad (2.28)$$

Таким образом, относительная ширина резонансной кривой обратно пропорциональна добротности контура.

3. Экспериментальная часть

3.1. Приборы и оборудование

1. PQ – звуковой генератор.
2. PO – электронный осциллограф.
3. ФПЭ – 11 – кассета.
4. MC – магазин сопротивлений.
5. ME – магазин ёмкостей.

Исследование явления резонанса в электрическом контуре производится по схеме, представленной на рис. 3.1.

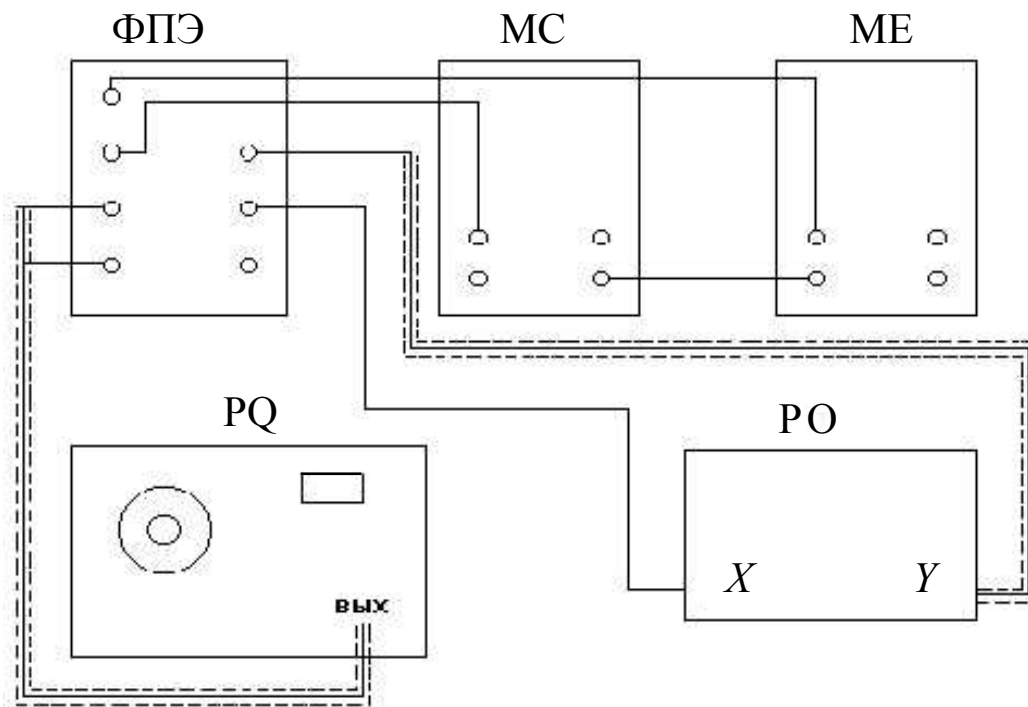


Рис. 3.1

3.2. Требования по технике безопасности

1. Проверить правильность сборки схемы. В случае сомнения обратиться к преподавателю.
2. Проверить наличие заземления.
3. Во время работы нельзя прикасаться к оголённым участкам схемы, предварительно не обесточив установку.

3.3. Порядок выполнения работы

Задание: снятие резонансных кривых тока и напряжения. Определение резонансной частоты и добротности контура.

1. Включить лабораторный стенд и приборы.
2. Получить на экране осциллографа устойчивое изображение синусоиды.
3. Установить ёмкость – 10^{-2} мкФ, сопротивление – 100 Ом.
4. Переключатель «множитель частоты» на панели звукового генератора установить в положение « 10^5 ».
5. Переключатель усилителя сигналов (V/дел.) установить в положение, удобное для наблюдения сигналов частотой $(1 \div 10) \cdot 10^5$ Гц.
6. Измерить амплитуду синусоидального напряжения на экране

осциллографа в сантиметрах при различных частотах в диапазоне от 10^5 до 10^6 Гц. Частоту изменять с интервалом $(1 \div 2) \cdot 10^5$ Гц; вблизи резонанса – с интервалом $0,2 \cdot 10^5$ Гц.

7. Перевести результаты измерений в вольты. Для этого результаты измерений в сантиметрах надо умножить на показание переключателя усиления сигналов (В/см).

8. Данные занести в таблицу.

9. Рассчитать амплитуду тока в колебательном контуре по формуле $I_m = \omega C u_{Cm}$, где $\omega = 2\pi\nu$. Расчёт произвести для каждого значения частоты, результаты вычислений занести в таблицу в миллиамперах.

10. Построить на одном графике зависимость $I_m = I_m(\omega)$, на другом графике зависимость $u_{Cm} = u_{Cm}(\omega)$. Определить на графиках частоты, при которых наблюдается резонанс тока и напряжения.

11. Используя резонансную кривую для тока, определить ширину резонансной кривой $\Delta\omega$. По формуле (2.28) вычислить добротность контура.

12. Построить векторную диаграмму для одного из значений амплитуды тока I_m . По этому графику определить амплитудное значение ЭДС ε .

Таблица

ν , Гц								
ω , рад/с								
u_{Cm} , см								
u_{Cm} , В								
I_m , мА								

3.4. Требования к отчёту

Отчёт по лабораторной работе должен содержать:

1. Название и номер лабораторной работы.
2. Цель работы.
3. Основные формулы для выполнения измерений и расчётов.
4. Таблицу с результатами измерений и вычислений.
5. Формулы для расчёта погрешностей.
6. Расчёт погрешностей.
7. Выводы к работе.

4. Контрольные вопросы

1. Какие величины в электрическом колебательном контуре изменяются периодически?
2. Какие колебания называются вынужденными?
3. Вывести дифференциальное уравнение вынужденных колебаний.
4. Какие токи называются квазистационарными?
5. Почему в случае вынужденных колебаний возможно возникновение явления резонанса?
6. Как сдвинуты по фазе относительно силы тока напряжения на емкости и индуктивности?
7. Чем отличаются резонансные кривые для тока и напряжения?
8. Как влияют активное сопротивление, емкость и индуктивность колебательного контура на его резонансные характеристики?
9. Как с помощью резонансной кривой определить добротность контура?

Список литературы

1. *Савельев И.В.* Курс физики. Т. 2. – СПб.: Издательство «Лань», 2007.
2. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2005.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2007.
4. *Калашников Н.П., Смондырев М.А.* Основы физики. Т. 2. – М.: Издательство «Дрофа», 2004.